

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 133

A2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 51

A3. Σχολικό βιβλίο σελίδα 185

A4.

- α. Λάθος
- β. Σωστό
- γ. Σωστό
- δ. Σωστό
- ε. Λάθος

ΘΕΜΑ Β

$$\mathbf{B1.} \{x \in D_f, g(x) \in D_f\} = \{x \geq 2, \sqrt{x-2} + 1 > 1\} = \{x \geq 2, \sqrt{x-2} > 0\} = \{x > 2\} = (2, +\infty)$$

$$\text{Άρα } D_h = (2, +\infty)$$

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)) = 2 \ln(\sqrt{x-2} + 1 - 1) = 2 \ln(\sqrt{x-2}) = 2 \ln(x-2)^{\frac{1}{2}} = \ln(x-2)$$

$$\text{Άρα } h(x) = \ln(x-2), x \in (2, +\infty)$$

$$\mathbf{B2.}$$
 Η h είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο D_h με $h'(x) = \frac{1}{x-2} (x-2)' = \frac{1}{x-2} > 0$ για κάθε $x \in (2, +\infty)$

Η h είναι συνεχής με $h'(x) > 0$ άρα η h είναι γνησίως αύξουσα, άρα “1-1” κι άρα αντιστρέφεται

$$y = h(x) \Leftrightarrow y = \ln(x-2) \Leftrightarrow e^y = e^{\ln(x-2)} \Leftrightarrow e^y = x-2 \Leftrightarrow e^y + 2 = x$$

$$\text{Άρα } h^{-1}(x) = e^x + 2, x \in \mathbb{R}$$

$$\mathbf{B3.} \lim_{x \rightarrow 2} (h(x) \cdot \frac{f(x)}{x-2}) = \lim_{x \rightarrow 2} (\ln(x-2) \cdot \frac{2 \ln(x-1)}{x-2}) = \lim_{x \rightarrow 2} \ln(x-2) \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 \ln(x-1)}{x-2} = -\infty \cdot 2 = -\infty,$$

$$\text{αφού } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 \ln(x-1)}{x-2} \stackrel{DLH}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 \cdot \frac{1}{x-1}}{1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{x-1} = 2$$



νέο φροντιστήριο



57 ΧΡΟΝΙΑ
ΔΙΔΑΣΚΟΥΜΕ ΤΗΝ
ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

www.neo.edu.gr